

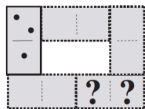
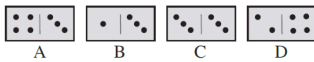
Giochi d'Autunno 2022

CENTRO PRISTEM – UNIVERSITÀ BOCCONI

CATEGORIA C1 Problemi 1-2-3-4-5-6-7-8
CATEGORIA C2 Problemi 5-6-7-8-9-10-11-12
CATEGORIA L1 Problemi 7-8-9-10-11-12-13-14
CATEGORIA L2 Problemi 9-10-11-12-13-14-15-16

1. Il gioco del domino

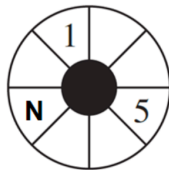
Milena ha trovato in solaio cinque tessere di un domino e ha collocato la tessera 2-1 come mostra la figura. Poi vuole disporre le altre quattro in modo da formare un rettangolo, rispettando però la regola del domino: due tessere che vengono a contatto devono esserlo con dei quadrati che hanno lo stesso numero di punti.



Quale tessera (tra A, B, C e D) andrà in basso a destra?

2. Una ruota numerica

Collocate i numeri 2, 3, 4, 6, 7 e 8 nelle caselle vuote della ruota della figura in modo che, addizionando due numeri vicini, si ottenga sempre come risultato 8 oppure 9 oppure 10.



Quale numero avete scritto al posto di "N"?

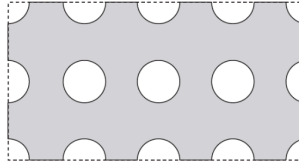
3. L'ultimo giorno dell'anno

Se il 1° gennaio 2023 sarà una domenica, in quale giorno della settimana cadrà il 31 dicembre 2023?

4. Il parco

La figura rappresenta un parco rettangolare con delle aiuole (di colore più chiaro) delimitate da una circonferenza o da metà circonferenza o da un quarto di circonferenza, tutte però con lo stesso raggio. La preparazione di un'aiuola circolare necessita di 15 kg di terra, quella delimitata da una semicirconferenza ne

richiede la metà e quella delimitata da un quarto di circonferenza un quarto.



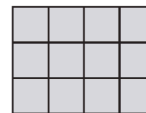
Quanti kg di terra sono necessari in tutto per le aiuole del parco?

5. Il più piccolo pari

Qual è il più piccolo numero (positivo) pari per il quale la somma delle cifre è uguale a 23?

6. Un rettangolo di quadrati

Utilizzando dodici quadrati, si possono costruire tre rettangoli diversi (come vedete in figura).



Quanti rettangoli si possono costruire con ventiquattro quadrati?

7. Un multiplo dell'anno prossimo

Nel numero di sei cifre $11\Delta\circ 11$, due cifre sono state cancellate e sostituite con i simboli Δ e \circ .

Quanto vale il numero $11\Delta\circ 11$, sapendo che è un multiplo di 2023?

8. Semplificare è facile

Desiderio ha ideato un metodo per semplificare le frazioni e lo applica ogni volta che numeratore e denominatore sono numeri di due cifre e tali che la cifra delle unità del numeratore sia uguale alla cifra delle decine del denominatore: allora non fa altro che cancellare le due cifre identiche. Naturalmente il suo metodo è sbagliato, come si vede nell'esempio a sinistra

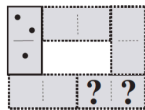
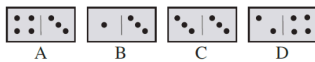
Giochi d'Autunno 2022

CENTRO PRISTEM – UNIVERSITÀ BOCCONI

CATEGORIA C1 Problemi 1-2-3-4-5-6-7-8
CATEGORIA C2 Problemi 5-6-7-8-9-10-11-12
CATEGORIA L1 Problemi 7-8-9-10-11-12-13-14
CATEGORIA L2 Problemi 9-10-11-12-13-14-15-16

1. Il gioco del domino

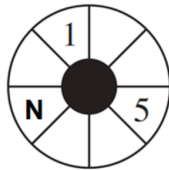
Milena ha trovato in solaio cinque tessere di un domino e ha collocato la tessera 2-1 come mostra la figura. Poi vuole disporre le altre quattro in modo da formare un rettangolo, rispettando però la regola del domino: due tessere che vengono a contatto devono esserlo con dei quadrati che hanno lo stesso numero di punti.



Quale tessera (tra A, B, C e D) andrà in basso a destra?

2. Una ruota numerica

Collocate i numeri 2, 3, 4, 6, 7 e 8 nelle caselle vuote della ruota della figura in modo che, addizionando due numeri vicini, si ottenga sempre come risultato 8 oppure 9 oppure 10.



Quale numero avete scritto al posto di "N"?

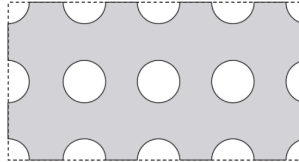
3. L'ultimo giorno dell'anno

Se il 1° gennaio 2023 sarà una domenica, in quale giorno della settimana cadrà il 31 dicembre 2023?

4. Il parco

La figura rappresenta un parco rettangolare con delle aiuole (di colore più chiaro) delimitate da una circonferenza o da metà circonferenza o da un quarto di circonferenza, tutte però con lo stesso raggio. La preparazione di un'aiuola circolare necessita di 15 kg di terra, quella delimitata da una semicirconferenza ne

richiede la metà e quella delimitata da un quarto di circonferenza un quarto.



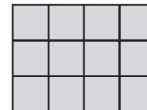
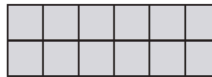
Quanti kg di terra sono necessari in tutto per le aiuole del parco?

5. Il più piccolo pari

Qual è il più piccolo numero (positivo) pari per il quale la somma delle cifre è uguale a 23?

6. Un rettangolo di quadrati

Utilizzando dodici quadrati, si possono costruire tre rettangoli diversi (come vedete in figura).



Quanti rettangoli si possono costruire con ventiquattro quadrati?

7. Un multiplo dell'anno prossimo

Nel numero di sei cifre $11\Delta\circ 11$, due cifre sono state cancellate e sostituite con i simboli Δ e \circ .

Quanto vale il numero $11\Delta\circ 11$, sapendo che è un multiplo di 2023?

8. Semplificare è facile

Desiderio ha ideato un metodo per semplificare le frazioni e lo applica ogni volta che numeratore e denominatore sono numeri di due cifre e tali che la cifra delle unità del numeratore sia uguale alla cifra delle decine del denominatore: allora non fa altro che cancellare le due cifre identiche. Naturalmente il suo metodo è sbagliato, come si vede nell'esempio a sinistra

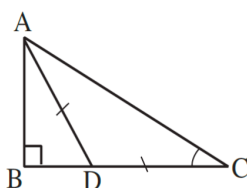
(48/85 non è uguale a 4/5) ma ci sono dei casi in cui il metodo di Desiderio porta stranamente ad un risultato giusto: a destra vedete 19/95 che, dopo la strana semplificazione, diventa 1/5 che è il suo valore esatto. Il bello è che Desiderio ha trovato un'altra frazione in cui il suo metodo dà un risultato giusto.

$$\frac{4\cancel{8}}{8\cancel{5}} = \frac{4}{5} \quad \text{falso} \qquad \frac{1\cancel{9}}{9\cancel{5}} = \frac{1}{5} \quad \text{vero}$$

Qual è la nuova frazione trovata da Desiderio, sapendo che la somma del suo numeratore con il denominatore (prima della semplificazione) era uguale a 91?

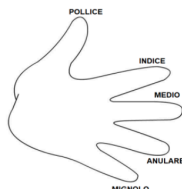
9. L'angolo misterioso

Il triangolo ABC è rettangolo, mentre il triangolo ADC è isoscele. Sapendo che l'angolo BDA misura 46°, qual è la misura in gradi dell'angolo in C?



10. Si conta con le dita

Liliana conta sulle dita di una mano: 1 sul pollice, 2 sull'indice, 3 sul medio, 4 sull'anulare, 5 sul mignolo, 6 sull'anulare, 7 sul medio, 8 sull'indice, 9 sul pollice, 10 sull'indice e così via. Si ferma al numero 223.



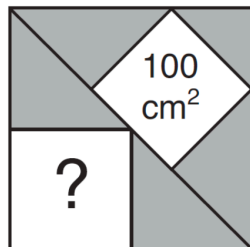
Su quale dito della mano?

11. I due quadrati

All'interno del quadrato grande sono disegnati due quadrati più piccoli.

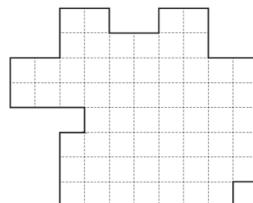
Qual è l'area del quadrato in basso a sinistra, sapendo che quella dell'altro quadrato è di 100 cm²?

(Date la risposta in cm², eventualmente approssimata alla prima cifra decimale).



12. Découpage

Dividete la figura in quattro parti che si possano perfettamente sovrapporre, eventualmente ruotandole o ribaltandole.



13. La riga di Mirna

Con la riga appena ricevuta in regalo, Mirna si diverte a tracciare dei segmenti su un grande foglio di carta. Se traccia otto segmenti, **quanti loro punti di intersezione troverà al massimo?**

14. I quattro amici

Il 1° gennaio 2022, quattro amici avevano festeggiato l'inizio del nuovo anno scambiandosi per un giorno il cappello in modo che nessuno di loro avesse il suo. Nell'occasione avevano anche deciso che avrebbero festeggiato ogni nuovo inizio d'anno scambiandosi il cappello, sempre in modo da non portare per un giorno il proprio e da non ripetere esattamente una "distribuzione" di cappelli già vista negli anni precedenti. **Qual è l'ultimo inizio d'anno che potranno festeggiare assieme, scambiandosi il cappello secondo le regole che si erano dati?**

15. Un codice misterioso

Nell'operazione riportata sotto, una stessa lettera sostituisce sempre la stessa cifra e due lettere diverse sostituiscono due cifre diverse.

$$\begin{array}{r} \text{ELLE} \\ \hline \text{LL} \end{array} = \text{BAL}$$

Qual è il valore massimo di BAL?

16. È sbagliata!

L'uguaglianza $68 \times 7 = 2023$ è falsa ma la si può rendere corretta aggiungendo uno stesso intero positivo n a 68, a 7 e a 2023.

Quanto vale n ?

1 È SERA

Il primo orario "utile" è 22.22. Per leggerlo sulla radio-sveglia devono passare due ore, ovvero 120 minuti.

2 IL GIOCO DEL DOMINO

In alto non possiamo che mettere D perché è l'unico che ha un "2". Al suo fianco, la scelta è obbligata: A. A questo punto potrebbero andare bene, in basso a destra, B o C. Ma B ha un "1" e deve accompagnare la tessera già inserita in figura. In basso a destra va C.

3 IN SOLAIO

Nando riesce a scrivere i numeri 22, 23, 32, 33: quattro numeri.

4 IN PASTICCERIA

Se Nathan paga con una banconota da 5 euro, per i rimanenti 16 euro può utilizzare otto monete da 2 euro. Se paga con due banconote da 5 euro non riesce a pagare i rimanenti 11 euro solo con monete da 2 euro (e lo stesso accadrà se paga con quattro banconote da 5 euro). Ce la fa invece con tre banconote da 5 euro e tre monete da 2 euro. In conclusione, Nathan può formare la somma di 21 euro in due modi.

5 UN PUZZLE

Tra A, B, C, D, E ci sono in tutto 21 quadratini. Il quadrato più vicino a 21, e minore di 21, è 16: bisogna allora togliere 5 quadratini, ovvero la tessera D. Siccome gli altri quadrati minori di 21 (9, 4, 1) non sono raggiungibili da 21 togliendo un solo pezzo, l'unica risposta è che il pezzo non utilizzato è D.

6 LE CASSETTE DI MELE

Se N è il numero di mele di Matteo, abbiamo (nel primo caso) che N è un multiplo di otto aumentato di due; allora $N-2$ è un multiplo di otto. Allo stesso modo si trova che $N-2$ è un multiplo di 11. Siccome N è minore di 100, risulta $N-2=88$, ossia $N=90$.

7 UNA RUOTA NUMERICA

A destra di 1 possono andare 7 oppure 8 ma si vede subito, procedendo verso 5, che 8 non va bene. Si riesce così a completare la ruota scrivendo (in senso orario) 1-7-3-5-4-6-2-8. Al posto di N dunque, 2.

8 IL PARCO

Nella prima fila (in alto) ci sono quattro semicirconferenze e lo stesso accade nella fila in basso. In quella intermedia ci sono quattro circonferenze. In tutto le circonferenze sono otto. Da $15 \times 8 = 120$ deduciamo che per le aiuole del parco sono necessari 120 kg di terra.

9 L'ULTIMO GIORNO DELL'ANNO

La divisione di 365 per 7 dà come resto 1. Vuol dire che la settimana (che all'inizio dell'anno si apre con una domenica) si chiuderà sabato 30 dicembre 2023. Il 31 dicembre sarà domenica.

10 IL PIÙ PICCOLO PARI

Deve necessariamente essere un numero di tre cifre. Al minimo la cifra delle centinaia deve essere 5 (perché la somma delle cifre di decine e unità sia al massimo 18) ma 599 non è numero pari. Con la cifra delle centinaia uguale a 6, si ottiene 698.

11 UN RETTANGOLO DI QUADRATI

I rettangoli possono essere di altezza 1, 2, 3, 4 (i divisori di 24, con l'altro fattore maggiore). Con 24 quadrati si possono allora costruire quattro rettangoli.

12 UN MULTIPO DELL'ANNO PROSSIMO

Occorre trovare un numero N (di due cifre), $N=ab$, tale che $2023 \times ab$ dia un risultato della forma $11 \blacklozenge \blacklozenge 11$. Allora è $b+c=11$ e $a+b=8$. Considerando i vari casi possibili per a ($a=1, 2, 3, 4, 5, 6$), si trova la soluzione $b=6, c=5$. La nuova frazione trovata da Desiderio è $26/65$.

13 SEMPLIFICARE È FACILE

Dobbiamo trovare a, b, c tali che risulti $ab/bc=a/c$. L'informazione che $ab+bc$ sia uguale a 91 porta a scrivere: $10a+b+10b+c=91$, ovvero $10(a+b)+b+c=91$. Allora è $b+c=11$ e $a+b=8$. Considerando i vari casi possibili per a ($a=1, 2, 3, 4, 5, 6$), si trova la soluzione $b=6, c=5$. La nuova frazione trovata da Desiderio è $26/65$.

14 L'ANGOLO MISTERIOSO

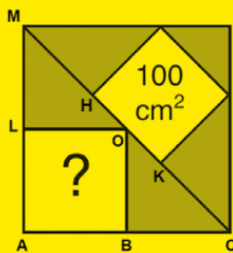
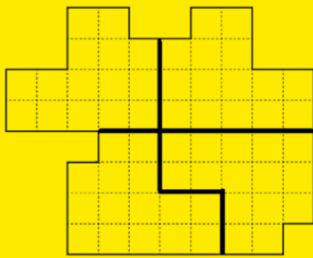
L'angolo ADC misura 134 gradi. Ognuno dei due angoli alla base del triangolo isoscele misura allora 23 gradi.

15 SI CONTA CON LE DITA

Si ritorna sul pollice con il numero 9. E poi con il 17 e così via. Insomma con i multipli di 8 aumentati di 1. La divisione di 223×8 dà come resto 7. Pertanto Liliiana si fermerà sul dito medio.

16 I DUE QUADRATI

Posto $AB=a$ e $BC=b$, si dimostra (per via geometrica o introducendo un opportuno sistema di assi cartesiani) che risulta $a=b$. I triangoli BOC e LOM risultano allora isosceli e O è il punto medio di MC . Il punto O risulta anche il punto medio di HK . Quindi è $MO=MH+HO=10+5=15$ e dal teorema di Pitagora segue: $a=\sqrt{225}$. L'area del quadrato in basso a sinistra vale $225/2=112,5 \text{ cm}^2$.

**17 DÉCOUPAGE****18 LA RIGA DI MIRNA**

Un punto di intersezione è caratterizzato dalle due rette che si intersecano in quel punto. Quindi il numero di punti di intersezione coincide con il numero delle combinazioni di otto oggetti di classe due: $8!/6!2!=28$.

19 I QUATTRO AMICI

Indichiamo con $a-b-c-d$, nell'ordine, i cappelli dei quattro amici e supponiamo per esempio che lo scambio dei cappelli avvenuto il 1° gennaio 2022 abbia portato alla distribuzione di cappelli $b-c-d-a$. Le altre distribuzioni, che non riportano ad $a-b-c-d$ e neppure a nessuna distribuzione nel frattempo realizzata, sono otto ($b-a-d-c$, $b-d-a-c$, $c-d-b-a$, $c-a-d-b$, $c-d-a-b$, $d-a-b-c$, $d-c-a-b$, $d-c-b-a$). L'ultimo inizio d'anno possibile con un simile scambio di cappelli è il 2030.

20 UN CODICE MISTERIOSO

L deve essere un numero il cui quadrato non finisce con la stessa cifra rappresentata da L . Quindi $L=2,3,4,7,8,9$. Esaminiamo il primo caso. Per $L=2$ è $E=4$ e $4224/22=192$. Continuando così negli altri casi si trovano per BAL i valori 283 (per $L=3$), 127 (per $L=4$). Il valore più grande è dunque 283.

21 È SBAGLIATA!

Impostiamo l'equazione $(68+n) \times (7+n) = 2023+n$. Otteniamo $n^2+74n-1547=0$ che dà come soluzione $n=17$ (e $n=-91$, però non accettabile).

GIOCO CLASSICO

6	14	15	3	13
8	1	12	10	
7	11	2		
4	9			
5				